

Заочный тур (6 класс)

Задание 1. В мешке находится 40 карандашей. Восемь из них – красные, 7 – желтые, 25 – синие. Какое наибольшее количество карандашей можно взять из этого мешка с закрытыми глазами так, чтобы в мешке остались хотя бы 4 карандаша одного цвета и хотя бы 3 карандаша другого цвета?

Решение. Если будут взяты 6 красных карандашей и 5 желтых, то условие задачи выполняться не будет.

Если не более десяти карандашей, то останется как минимум три или красных, или желтых. Синих будет больше четырех, условие задачи выполняется.

Ответ: 10.

Задание 2. На каждой перемене Петя решает 2 задачи, а Лена раскрашивает одну картинку. Сколько в сумме задач и картинок они решат и раскрасят на переменах с понедельника по субботу включительно, если за это время у них было по расписанию 35 уроков?

Решение. Если бы все 35 уроков шли подряд, перемен было бы 34. Но из них надо исключить промежутки между последним уроком одного дня и первым уроком другого дня. Таких промежутков 5, и перемен у Пети и Лены - 29. Поэтому Петя решит 58 задач, а Лена раскрасит 29 картинок. Таким образом, $58 \text{ задач} + 29 \text{ картинок} = 87$.

Ответ: 87.

Задание 3. Из книги выпало несколько идущих подряд листов. Номер последней страницы перед выпавшими листами – 276, номер первой страницы после выпавших листов записывается теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов выпало?

Решение. Из числа 276 можно составить числа 267, 627, 672, 726 и 762. Однако число 267 не подходит, поскольку оно меньше числа 276. Номера

672, 726 и 762 не подходят, так как номер первой страницы после выпавших листов должен быть нечётным, поскольку номер последней страницы перед выпавшими листами чётный. Следовательно, нам подходит только число 627. Вычтем из числа 627 одну страницу, поскольку страница 627 не выпала, а является первой страницей после выпавших листов. Теперь можно найти количество выпавших листов: $\frac{627-1-276}{2} = 175$.

Ответ: 175.

Задание 4. Мама дала своим детям конфеты. Дочери - половину всех конфет и еще одну конфету. Сыну - половину остатка и последние 5 конфет. Сколько всего конфет дала мама детям?

Решение. Из условия следует, что 5 конфет это половина остатка, следовательно, остаток составляет 10 конфет. Тогда 11 конфет это половина от всего количества, значит, всего было 22 конфеты.

Ответ: 22.

Задание 5. Найдите цифры так, чтобы $ABBB+A+B=CDDDB$. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры. В ответе укажите число в формате ABCD

Решение. Поскольку $ABBB$ и $CDDDB$ оканчиваются на одинаковую цифру, то $A+B$ оканчивается на 0, т.е. $A+B=10$, и $ABBB+10=CDDDB$. Так как первые цифры у чисел $ABBB$ и $CDDDB$ различны, то был переход через тысячу. Но это возможно лишь когда $B=9$. Значит, $A=1$. Тогда $C=2$, $D=0$. Таким образом, $1999+1+9=2009$.

Ответ: 1920.

Задание 6. Гравировщик делает таблички с буквами. Одинаковые буквы он гравировает за одинаковое время, разные — возможно, за разное. На две таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» вместе он потратил 50 минут, а одну

табличку «В ДЫМОХОД» сделал за 35 минут. За какое время он сделает табличку «ВЫХОД»? Ответ укажите в минутах.

Решение. В табличках ДОМ МОДЫ ВХОД и В ДЫМОХОД отделим буквы, образующие слово ВЫХОД, тогда от первой таблички останется Д, О, М, М, О, Д, а от второй – Д, М, О. Заметим, что ДОМ МОДЫ ВХОД отличается от В ДЫМОХОД на буквы Д, О, М, а по времени – на 15 минут ($50-35=15$). Значит, на изготовление букв Д, О, М уходит 15 мин.

Теперь мы знаем, что при изготовлении В ДЫМОХОД, 15 минут ушло на изготовление букв Д, М, О, т.е. оставшиеся $35-15=20$ минут понадобилось на изготовление букв В, Ы, Х, О, Д.

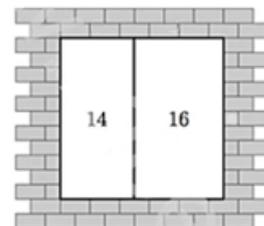
Ответ: 20 минут.

Задание 7. Ира, Таня и Оля собрали 177 яблок. Когда Ира разложила свои яблоки в кучки по 3 яблока в каждой, а Таня - по 4 яблока в каждой, то кучек получилось поровну. Когда Таня разложила по 5 яблок, а Оля - по 6 яблок, то кучек получилось тоже поровну. Сколько яблок собрала каждая девочка? Ответ запишите в форме числа яблок, которые собрали Ира→→Таня→→Оля без пробелов

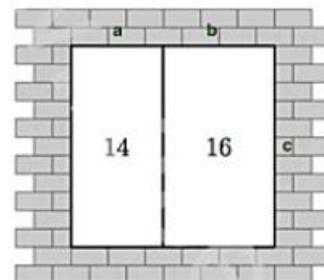
Решение. Очевидно, что количество яблок у Тани делится на 4 и на 5. Оно так же делится и на 3, так как число 177 кратно трем и количество яблок у Иры делится на 3, а у Оли на 6 и поэтому тоже на 3. Значит и разность 177 — Яблоки Иры — яблоки Оли тоже будет делиться на 3. Поэтому яблоки Тани делятся сразу на три числа: на 3, на 4 и на 5. Чисел, обладающих таким свойством и не превышающих 177 всего лишь два: это 60 и 120 (число $60=\text{НОК}(3;4;5)$ — наименьшее общее кратное). Очевидно, что вариант 120 не подходит, так как у Тани тогда получится 24 кучки по 5 яблок и у Оли было бы $24 \cdot 6=144$ яблока, что превышает имеющееся количество. Остается только 60. Тогда у Тани будет 12 кучек по 5 яблок, у Оли $12 \cdot 6=72$ яблока, а у Иры и $177-60-72=45$ яблок.

Ответ: 456072.

Задание 8. Квадратный оконный проем образован двумя прямоугольными рамами. Внутри каждой из них написано число равное периметру рамы (см. рисунок). Найдите, чему равна сторона квадрата всего оконного проема.



Решение. Обозначим стороны прямоугольников, как показано на рисунке. Учитывая, что результирующая фигура - квадрат, то в наших обозначениях имеем $a + b = c$. Запишем периметр каждого прямоугольника: $2a + 2c = 14$, $2b + 2c = 16$ или $a + c = 7$, $b + c = 8$.



Сложим получившиеся уравнения, получим $a + b + 2c = 15$, следовательно, $c + 2c = 15$, $c = 5$.

Ответ: 5.