



1. Сумма двух различных чисел равна 22,275. Если в большем из них переставить запятую влево на одну цифру, то получится меньшее из данных чисел. Найдите эти числа.

Решение. Из условия следует, что одно из чисел больше другого в 10 раз. Примем меньшее число за одну часть от заданного числа, тогда большее число составляет 10 частей от заданного числа, получаем, что на 11 частей приходится 22,275. Разделим 22,275 на 11, получим меньшее число: $22,275:11=2,025$. Следовательно, большее из чисел: 20,25.

Ответ: 20,25 и 2,025.

2. Найдите наименьшее четырехзначное число, при делении которого на 4 получается в остатке 3, при делении на 5 – в остатке 4, при делении на 6 – в остатке 5.

Решение. Пусть N – четырехзначное число, удовлетворяющее условию задачи, тогда из условия следует, что число $N + 1$ делится на 4, 5 и 6. Следовательно, $N + 1$ кратно произведению чисел: $6 \cdot 5 \cdot 2 = 60$, то есть $N + 1 = 60 \cdot K$, где K – натуральное число. (Отметим, что если число имеет вид $N = 60 \cdot K - 1$, то при делении на 4 оно дает в остатке 3, так как: $N = 4(15 \cdot K - 1) + 3$; при делении на 5 дает в остатке 4: $N = 5(12 \cdot K - 1) + 4$, а при делении на 6 дает в остатке 5: $N = 6(10 \cdot K - 1) + 5$.) Получаем, что наибольшим трехзначным числом, удовлетворяющим условию задачи, будет число $N = 60 \cdot 17 - 1 = 1019$.

Ответ: 1019.

3. Три автобуса в 7 часов утра отправляются одновременно с одной и той же станции по трем различным маршрутам и совершают рейс туда и обратно: первый автобус за – 1 час и 20 мин., второй – за 50 мин. и третий – за 1 час и 10 мин. По завершении каждого рейса автобусы через 10 мин. отправляются в следующий рейс по тому же маршруту. Через какое минимальное число часов все три автобуса отправятся одновременно со станции по своим маршрутам?

Решение. 1) Время выхода на следующий рейс каждого автобуса составляет время, затраченное этим автобусом на рейс и еще 10 минут. Тогда для первого автобуса это время равно: 1 час 20 мин + 10 мин = 1 час 30 мин. = 90 мин. Время выхода для второго автобуса равно: 50 мин + 10 мин = 1 час = 60

мин. Для третьего автобуса время выхода на следующий рейс равно: 1 час 10 мин+10 мин=1 час 20 мин=80 мин.

2) Время одновременного выхода всех автобусов со станции на рейсы по своим маршрутам должно быть кратно 60, 80 и 90 минутам и минимальным, то есть $90 \cdot 8 = 720$ минут = 12 часов.

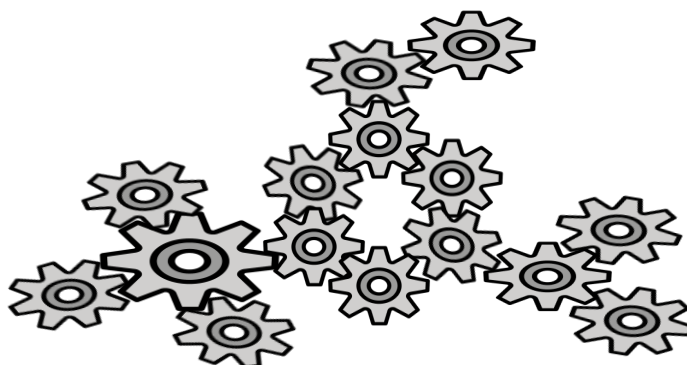
Ответ: через 12 часов.

4. Гусеница ползет по стволу дерева. За первый час она поднялась на 11 см, за второй час опустилась на 5 см, за третий час вновь поднялась на 11 см, а за четвертый опустилась на 5 см. Таким образом она продолжала подниматься и опускаться в течении 11 часов без остановки. На сколько сантиметров поднимется гусеница за это время?

Решение. За каждые два часа гусеница поднимается на $11 - 5 = 6$ см, поэтому за 10 часов она поднимется на $6 \cdot 5 = 30$ см, а за последний один час еще на 11 см. То есть за 11 часов гусеница поднимется на $30 + 11 = 41$ см.

Ответ: 41 см.

5. У Васи есть механизм из шестерёнок (смотри рисунок). Каждая шестерёнка закреплена и может вращаться как по часовой, так и против часовой стрелки. При движении любой шестерёнки в действие приводится весь шестерёночный механизм. Васе стало интересно, какое наибольшее количество шестерёнок в его механизме может вращаться по часовой стрелке. Недолго думая, он начал по очереди вращать каждую шестерёнку по часовой и против часовой стрелки и подсчитывать количество шестерёнок в механизме, которые вращаются по часовой стрелке. В результате Вася получил интересующее его число. Подумайте и найдите, какое число получил Вася. (Обязательно обоснуйте ответ. При обосновании можете изображать шестерёнки кружками.)

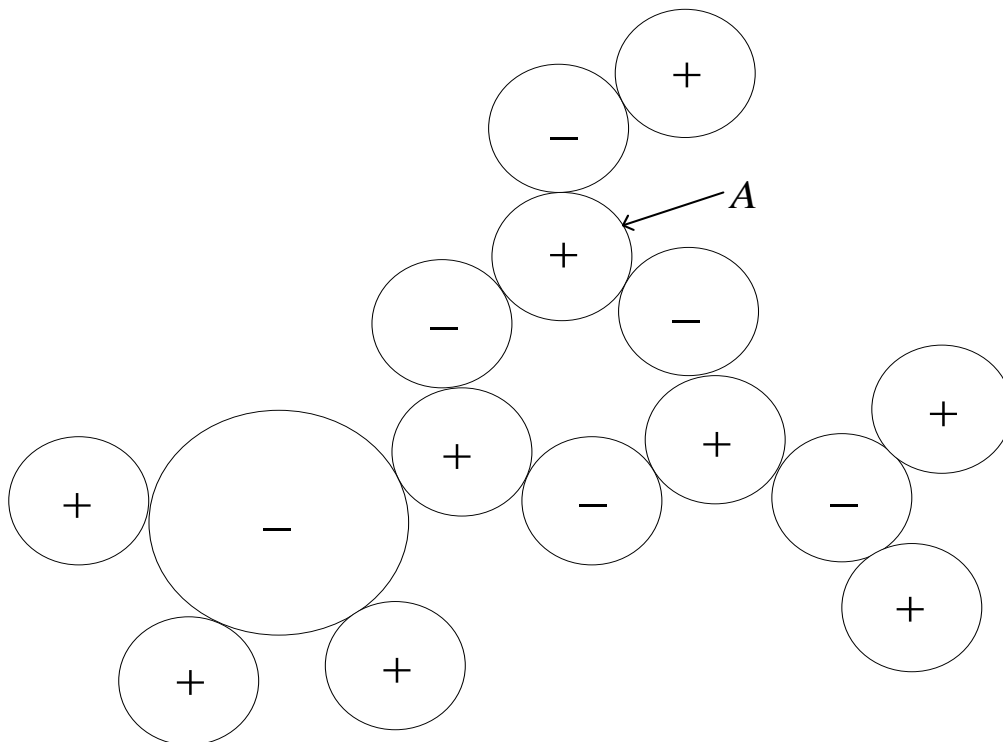


Решение. Если шестерёночный механизм движется, то две соприкасающиеся шестерёнки обязательно движутся в противоположном направлении. При движении шестерёночного механизма любая фиксированная шестерёнка

вращается либо по часовой, либо против часовой стрелки. Вращение любой фиксированной шестерёнки полностью определяет вращение всего механизма.

Знаком «+» будем обозначать шестерёнку, вращающуюся по часовой стрелке, а знаком «-» будем обозначать шестерёнку, вращающуюся против часовой стрелки. Зафиксируем одну из шестерёнок, например А (см. рисунок).

Вращая по часовой стрелке шестерёнку А, получим 9 шестерёнок, вращающихся по часовой стрелке, и 6 шестерёнок, вращающихся против часовой стрелки.



Вращая против часовой стрелки шестерёнку А, получим 6 шестерёнок, вращающихся по часовой стрелке, и 9 шестерёнок, вращающихся против часовой стрелки (те шестерёнки, которые в предыдущем случае вращались по часовой стрелке, будут вращаться против часовой стрелки, а которые вращались против часовой стрелки, будут вращаться по часовой стрелке).

Ответ: 9.

6. Брат и сестра измерили шагами длину и ширину огорода прямоугольной формы. Когда брат шел по длинной стороне огорода, а сестра по короткой стороне огорода, они сделали вместе 270 шагов. Потом брат шел по короткой стороне, а сестра по длинной стороне огорода, тогда они сделали вместе 290 шагов. Длина шага брата равна 80 см, длина шага сестры равна 60 см. Найдите площадь огорода.

Решение. 1) Найдем число шагов, которое сделали брат и сестра, пройдя весь периметр огорода. $270+290=560$ (шагов).

2) Отношение длины шага сестры к длине шага брата равно $60:80 = 3:4$, тогда 7 частей приходится на длину шагов брата и сестры. Так как длина шага брата больше длины шага сестры, то брат сделает меньшее число шагов, проходя одно и то же расстояние, что и сестра.

Таким образом, $(560 \cdot 4)/7 = 320$ шагов сделала сестра, пройдя длину и ширину огорода, а брат сделал $(560 \cdot 3)/7 = 240$ шагов, пройдя длину и ширину огорода. Зная длину шага каждого и число шагов, которые сделали брат и сестра, можем найти длину и ширину огорода.

3) Умножим число шагов сестры, которые она сделала, пройдя длину и ширину огорода на число ее шагов, получим: $0,6 \cdot 320 = 192$ м - составляет длина и ширина огорода.

4) $0,6 \cdot 270 = 162$ м прошла сестра, если бы сделала 270 шагов одна.

5) Так как длина и ширина огорода составляет 192 метра, то за счет более длинного шага брат пройдет расстояние большее, чем сестра за одно и то же число шагов: $192 - 162 = 30$ м.

6) Шаг брата больше шага сестры на величину равную: $0,8 - 0,6 = 0,2$ м.

7) Следовательно, $30:0,2 = 150$ шагов прошел брат, когда шел по длинной стороне огорода.

8) Получим, что длина огорода составляет: $150 \cdot 0,8 = 120$ м.

9) Ширина огорода: $192 - 120 = 72$ м.

10) Площадь огорода: $120 \cdot 72 = 8640$ кв. м.

Ответ: 8640 кв. м.